

- 14-3** Un sistema bifásico con una tensión simple de fase de 150 voltios alimenta a una carga equilibrada, conectada en triángulo, con impedancias de $10/53,1^\circ$ ohmios. Hallar las intensidades en las líneas y la potencia total.

En un sistema bifásico las dos tensiones simples tienen una diferencia de fase de 90° . Por tanto, si V_{BN} se toma como referencia, V_{AN} está a 90° , como se observa en la Fig. 14-27. La tensión compuesta entre líneas es igual a $\sqrt{2}$ veces la tensión simple de línea a neutro. Por consiguiente, $V_{AB} = \sqrt{2} (150) = 212$ V. Las corrientes en las fases son

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z} = \frac{212/135^\circ}{10/53,1^\circ} = 21,2/81,9^\circ$$

$$I_{AN} = \frac{V_{AN}}{Z} = \frac{150/90^\circ}{10/53,1^\circ} = 15,0/36,9^\circ$$

$$I_{BN} = \frac{V_{BN}}{Z} = \frac{150/0^\circ}{10/53,1^\circ} = 15,0/-53,1^\circ$$

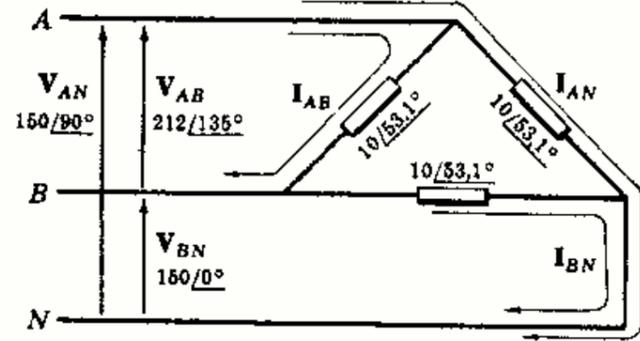


Fig. 14-27

Las corrientes en las líneas se obtienen a partir de las de fase sin más que aplicar la primera ley de Kirchoff a los nudos de la carga en triángulo. Si se admite como sentido positivo para estas corrientes el sentido hacia la carga, se tiene

$$I_A = I_{AN} + I_{AB} = 15,0/36,9^\circ + 21,2/81,9^\circ = 33,5/63,4^\circ$$

$$I_B = I_{BN} + I_{BA} = 15,0/-53,1^\circ - 21,2/81,9^\circ = 33,6/-79,7^\circ$$

$$I_N = I_{NA} + I_{NB} = -15,0/36,9^\circ - 15,0/-53,1^\circ = 21,2/171,86^\circ$$

La potencia total se obtiene utilizando la corriente eficaz en las impedancias

$$P_{AB} = RI_{AB}^2 = (6)(21,2)^2 = 2700 \text{ W}$$

$$P_{AN} = RI_{AN}^2 = (6)(15,0)^2 = 1350 \text{ W}$$

$$P_{BN} = RI_{BN}^2 = (6)(15,0)^2 = 1350 \text{ W}$$

Potencia total = 5400 W

- 14-4** Un sistema trifásico ABC con tres conductores a 100 voltios alimenta a una carga con conexión Δ e impedancias de $20/45^\circ$ ohmios. Hallar las intensidades de corriente en las líneas y dibujar el diagrama fasorial.

Se aplican las tensiones compuestas entre líneas de secuencia ABC al circuito dado en la Fig. 14-28. Entonces, las corrientes elegidas son

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z} = \frac{100/120^\circ}{20/45^\circ} = 5,0/75^\circ, \quad I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z} = 5,0/-45^\circ, \quad I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z} = 5,0/195^\circ$$

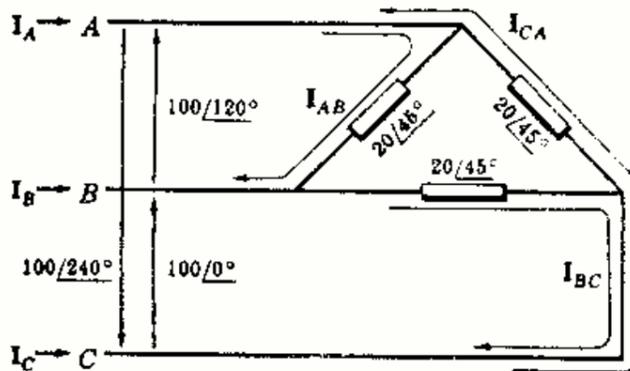


Fig. 14-28

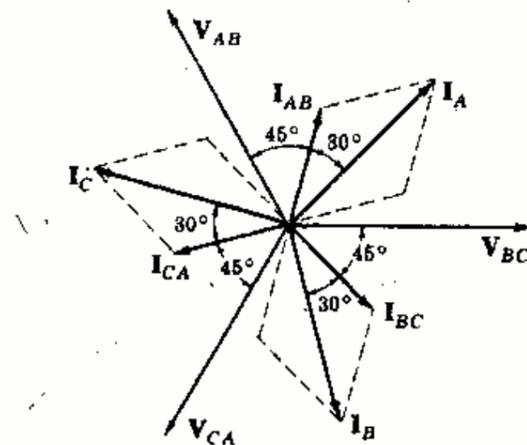


Fig. 14-29

Para obtener las corrientes en las líneas (véase el esquema del circuito) se aplica la primera ley de Kirchhoff a cada uno de los nudos principales de la carga. Por tanto,

$$\begin{aligned} I_A &= I_{AB} + I_{AC} = 5,0/75^\circ - 5,0/195^\circ = 8,66/45^\circ \\ I_B &= I_{BA} + I_{BC} = -5,0/75^\circ + 5,0/-45^\circ = 8,66/-75^\circ \\ I_C &= I_{CA} + I_{CB} = 5,0/195^\circ - 5,0/-45^\circ = 8,66/165^\circ \end{aligned}$$

El diagrama fasorial de las corrientes de fase y de línea se representa en la Figura 14-29.

14-5 Determinar las lecturas de los vatímetros al aplicar el método de los dos vatímetros al circuito del Problema 14-4.

Con una carga trifásica de tres conductores las lecturas del vatímetro son

$$W_1 = V_L I_L \cos(30^\circ + \theta) \quad \text{y} \quad W_2 = V_L I_L \cos(30^\circ - \theta) \quad (1)$$

en donde θ es el ángulo de la impedancia de carga. En el Problema 14-4, $V_L = 100$ V, $I_L = 8,66$ A y el ángulo de la impedancia de carga es 45° . Sustituyendo estos valores en (1) resulta

$$\begin{aligned} W_1 &= 100(8,66) \cos(30^\circ + 45^\circ) = 866 \cos 75^\circ = 224 \text{ W} \\ W_2 &= 100(8,66) \cos(30^\circ - 45^\circ) = 866 \cos(-15^\circ) = 836 \text{ W} \end{aligned}$$

La potencia total es $P_T = W_1 + W_2 = 1060$ W.

Como comprobación, se puede calcular la potencia total en cualquier carga trifásica equilibrada por

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta = \sqrt{3} 100(8,66) \cos 45^\circ = 1060 \text{ W}$$

14-6 Se conectan en estrella tres impedancias idénticas de $5/-30^\circ$ ohmios. El sistema es trifásico, de tres conductores, 150 voltios y secuencia CBA. Determinar las intensidades de corriente en las líneas y dibujar el diagrama fasorial.

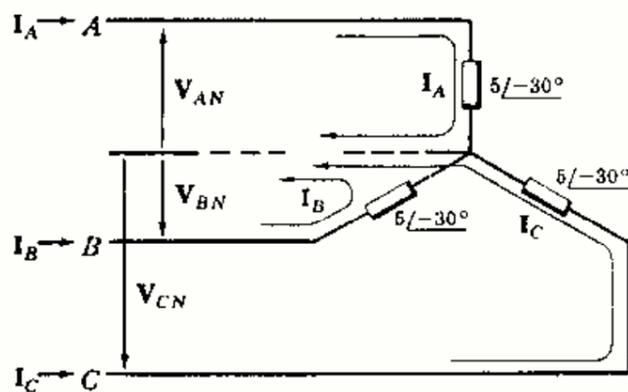


Fig. 14-30

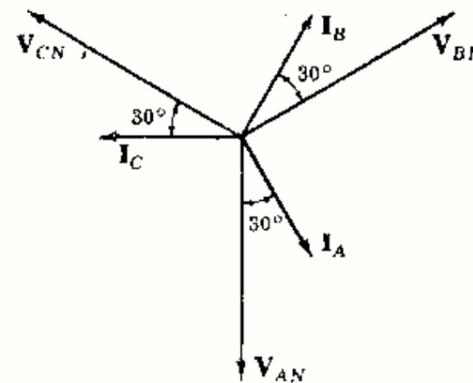


Fig. 14-31

En sistemas equilibrados de tres conductores, conectados en estrella, se puede añadir el conductor neutro, en la forma representada en la Fig. 14-30. Las tensiones simples de módulo

$$V_{LN} = V_L/\sqrt{3} = 150/\sqrt{3} = 86,6$$

se aplican con los ángulos de fase de la secuencia CBA. Las corrientes en las líneas son

$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z} = \frac{86,6/-90^\circ}{5/-30^\circ} = 17,32/-60^\circ, \quad I_B = \frac{V_{BN}}{Z} = 17,32/60^\circ, \quad I_C = \frac{V_{CN}}{Z} = 17,32/180^\circ$$

El diagrama fasorial de la Fig. 14-31 muestra el conjunto de las corrientes de línea equilibradas con 30° en adelante respecto de las tensiones simples de línea a neutro, el cual corresponde al ángulo de la impedancia.

- 14-7 Determinar las lecturas de los vatímetros si se aplica el método de los dos vatímetros al circuito del Problema 14-6.

Con carga trifásica equilibrada,

$$W_1 = V_L I_L \cos(30^\circ + \theta) = 150(17,32) \cos(30^\circ + 30^\circ) = 1300 \text{ W}$$

$$W_2 = V_L I_L \cos(30^\circ - \theta) = 150(17,32) \cos(30^\circ - 30^\circ) = 2600 \text{ W}$$

La potencia activa total es $P_T = W_1 + W_2 = 3900 \text{ W}$.

Como comprobación, se puede calcular la potencia por fase $P_F = RI_L^2 = 4,33(17,32)^2 = 1300 \text{ W}$ y, por tanto, la potencia activa total es

$$P_T = 3P_F = 3(1300) = 3900 \text{ W}$$

O bien, con cargas trifásicas equilibradas, la potencia activa total es

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta = \sqrt{3} (150)(17,32) \cos(-30^\circ) = 3900 \text{ W}$$

- 14-8 Tres impedancias idénticas de $15/30^\circ$ ohmios se conectan en triángulo a un sistema trifásico, de tres conductores, 200 voltios y secuencia ABC. Hallar las intensidades de corriente en las líneas utilizando el método del equivalente monofásico.

Como la carga está conectada en triángulo se obtiene primeramente la impedancia equivalente de la carga con conexión en estrella:

$$Z_Y = Z_\Delta/3 = 15/30^\circ/3 = 5/30^\circ$$

El módulo de la tensión simple de línea a neutro es

$$V_{LN} = V_L/\sqrt{3} = 200/\sqrt{3} = 115,5$$

Ahora bien, en el circuito equivalente monofásico de la Fig. 14-32 la tensión aplicada es $115,5/0^\circ$ voltios y la corriente resultante es

$$I_L = \frac{V_{LN}}{Z} = \frac{115,5/0^\circ}{5/30^\circ} = 23,1/-30^\circ$$

Para obtener las intensidades de corriente en las líneas I_A , I_B e I_C se determina en primer lugar el ángulo de fase en las correspondientes tensiones simples de línea a neutro en la secuencia ABC. Puesto que V_{AN} tiene un ángulo de 90° , $I_A = 23,1/90^\circ - 30^\circ = 23,1/60^\circ \text{ A}$. De igual forma, $I_B = 23,1/-60^\circ \text{ A}$, $I_C = 23,1/180^\circ \text{ A}$.

Las corrientes en las impedancias en Δ están relacionadas con las corrientes de línea por $I_L = \sqrt{3} I_F$, de donde $I_F = 23,1/\sqrt{3} = 13,3 \text{ A}$.

El ángulo de V_{AB} en la secuencia ABC es de 120° y, por tanto, $I_{AB} = 13,3/120^\circ - 30^\circ = 13,3/90^\circ \text{ A}$. Por el mismo procedimiento, $I_{BC} = 13,3/-30^\circ \text{ A}$ e $I_{CA} = 13,3/210^\circ \text{ A}$.

- 14-9 Tres impedancias iguales de $10/30^\circ$ ohmios, conectadas en estrella, y otras tres impedancias también iguales de $15/0^\circ$ ohmios, igualmente en estrella, están unidas a un mismo sistema trifásico, de tres conductores, de 250 voltios. Hallar la potencia total.

Puesto que ambas cargas están conectadas en estrella, sus impedancias de fase pueden ponerse directamente en un circuito equivalente monofásico, como se representa en la Fig. 14-33. La tensión aplicable a dicho sistema monofásico es

$$V_{LN} = V_L/\sqrt{3} = 250/\sqrt{3} = 144,5$$

La corriente tiene una intensidad, pues,

$$\begin{aligned} I_L &= \frac{144,5/0^\circ}{10/30^\circ} + \frac{144,5/0^\circ}{15/0^\circ} \\ &= 14,45/-30^\circ + 9,62/0^\circ = 23,2/-18,1^\circ \end{aligned}$$

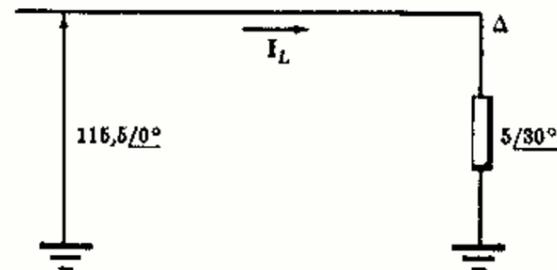


Fig. 14-32

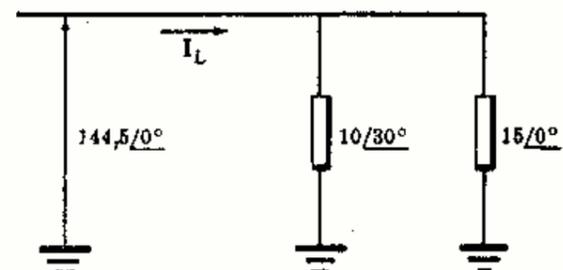


Fig. 14-33

En la fórmula de la potencia activa $P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta$, θ es el ángulo de la impedancia de carga equivalente. Al calcular I_L , se han considerado ambas cargas y se ha visto que la corriente retrasa respecto de la tensión un ángulo de $18,1^\circ$. Por tanto, se sabe que la impedancia equivalente es inductiva y tiene un ángulo de $18,1^\circ$. En estas condiciones,

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta = \sqrt{3} 250(23,2) \cos 18,1^\circ = 9530 \text{ W}$$

- 14-10** Tres impedancias idénticas de $12/30^\circ$ ohmios, en triángulo, y otras tres idénticas de $5/45^\circ$ ohmios, en estrella, se unen al mismo sistema trifásico, de tres conductores, de 208 voltios y secuencia ABC. Hallar las intensidades de corriente en las líneas y la potencia total.

Como la primera de las cargas está conectada en triángulo, se obtiene la equivalente en estrella

$$Z_Y = Z_\Delta/3 = 12/30^\circ/3 = 4/30^\circ$$

Con una tensión compuesta entre líneas de 208 V la tensión simple es $208/\sqrt{3} = 120 \text{ V}$.

El circuito equivalente monofásico es el representado en la Fig. 14-34 con las dos impedancias de carga $4/30^\circ \Omega$ y $5/45^\circ \Omega$. Estas impedancias pueden ser sustituidas por una equivalente.

$$Z_{eq} = \frac{4/30^\circ (5/45^\circ)}{4/30^\circ + 5/45^\circ} = 2,24/36,6^\circ$$

Con esto, la corriente es

$$I_L = \frac{V_{L,N}}{Z_{eq}} = \frac{120/0^\circ}{2,24/36,6^\circ} = 53,6/-36,6^\circ$$

La tensión V_{AN} en la secuencia ABC tiene un ángulo de fase de 90° v, por consiguiente, $I_A = 53,6/(90^\circ - 36,6^\circ) = 53,6/53,4^\circ \text{ A}$. Análogamente, vemos que $I_B = 53,6/-66,6^\circ \text{ A}$ e $I_C = 53,6/-186,6^\circ \text{ A}$.

La potencia activa total es

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta = \sqrt{3} 208(53,6) \cos 36,6^\circ = 15.500 \text{ W}$$

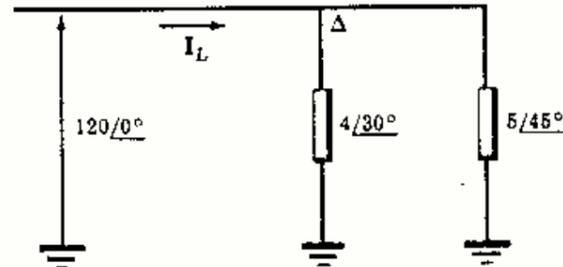


Fig. 14-34

- 14-11** Un sistema trifásico de tres conductores, 240 voltios y secuencia CBA alimenta a una carga conectada en triángulo en la que $Z_{AB} = 25/90^\circ$, $Z_{BC} = 15/30^\circ$ y $Z_{CA} = 20/0^\circ$ ohmios. Hallar las intensidades de corriente en las líneas y la potencia total.

Aplicando las tensiones compuestas entre líneas de la secuencia CBA a la carga conectada en triángulo de la Fig. 14-35 y eligiendo las corrientes de fase como se ve en el esquema, se tiene

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{240/240^\circ}{25/90^\circ} = 9,6/150^\circ$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{240/0^\circ}{15/30^\circ} = 16,0/-30^\circ$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{240/120^\circ}{20/0^\circ} = 12,0/120^\circ$$

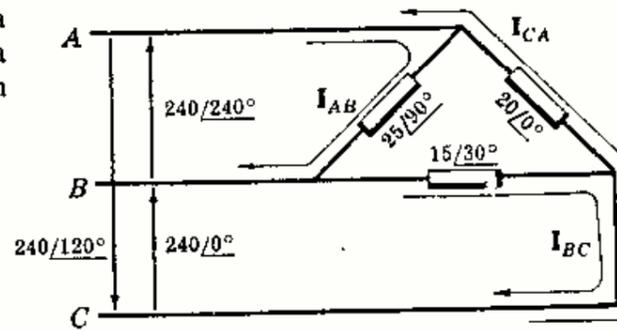


Fig. 14-35

Las corrientes en las líneas pueden calcularse, ahora, en función de las corrientes en las fases.

$$I_A = I_{AB} + I_{AC} = 9,6/150^\circ - 12/120^\circ = 6,06/247,7^\circ$$

$$I_B = I_{BA} + I_{BC} = -9,6/150^\circ + 16/-30^\circ = 25,6/-30^\circ$$

$$I_C = I_{CA} + I_{CB} = 12/120^\circ - 16/-30^\circ = 27,1/137,2^\circ$$

Como era de esperar, en una carga desequilibrada las corrientes en las líneas no son iguales.

La potencia en cada fase se calcula de la manera siguiente:

Impedancia $Z_{AB} = 25/90^\circ = 0 + j25 \Omega$, $R_{AB} = 0$ e $I_{AB} = 9,6$ A. Entonces,

$$P_{AB} = R_{AB} I_{AB}^2 = (0)(9,6)^2 = 0$$

Impedancia $Z_{BC} = 15/30^\circ = 13 + j7,5 \Omega$, $R_{BC} = 13 \Omega$ e $I_{BC} = 16$ A. Por tanto,

$$P_{BC} = R_{BC} I_{BC}^2 = (13)(16)^2 = 3330 \text{ W}$$

Impedancia $Z_{CA} = 20/0^\circ = 20 + j0 \Omega$, $R_{CA} = 20 \Omega$ e $I_{CA} = 12$ A. Por tanto,

$$P_{CA} = R_{CA} I_{CA}^2 = (20)(12)^2 = 2880 \text{ W}$$

La potencia total es la suma de las potencias por fase

$$P_T = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = 0 + 3330 + 2880 = 6210 \text{ W}$$

14-12 Hallar las lecturas del vatímetro cuando se utiliza el método de los dos vatímetros en el circuito del Problema 14-11, con medidas entre las líneas (a) A y B, (b) A y C.

(a) Con los vatímetros en A y B,

$$(1) W_A = V_{AC} I_A \cos \angle_{A}^{AC} \quad (2) W_B = V_{BC} I_B \cos \angle_{B}^{BC}$$

Del Problema 14-11, $V_{AC} = 240/-60^\circ$ V, $I_A = 6,06/247,7^\circ$ A. Entonces, el ángulo \angle_{A}^{AC} es el ángulo entre $247,7^\circ$ y -60° , o sea, $52,3^\circ$. Sustituyendo en (1),

$$W_A = 240(6,06) \cos 52,3^\circ = 890 \text{ W}$$

También, del Problema 14-11, $V_{BC} = 240/0^\circ$ V e $I_B = 25,6/-30^\circ$ A. Entonces, $\angle_{B}^{BC} = 30^\circ$. Sustituyendo en (2),

$$W_B = 240(25,6) \cos 30^\circ = 5320 \text{ W}$$

La potencia total es $P_T = W_A + W_B = 890 + 5320 = 6210 \text{ W}$.

(b) Con los vatímetros en las líneas A y C,

$$(3) W_A = V_{AB} I_A \cos \angle_{A}^{AB} \quad (4) W_C = V_{CB} I_C \cos \angle_{C}^{CB}$$

Del Problema 14-11, $V_{AB} = 240/240^\circ$ V. Como $I_A = 6,06/247,7^\circ$ A, $\angle_{A}^{AB} = 7,7^\circ$. Sustituyendo en (3),

$$W_A = 240(6,06) \cos 7,7^\circ = 1440 \text{ W}$$

Del mismo modo, $V_{CB} = 240/180^\circ$ V e $I_C = 27,1/137,2^\circ$ A, de donde $\angle_{C}^{CB} = 42,8^\circ$. Sustituyendo en (4),

$$W_C = 240(27,1) \cos 42,8^\circ = 4770 \text{ W}$$

y la potencia total, $P_T = W_A + W_C = 1440 + 4770 = 6210 \text{ W}$.

14-13 Un sistema trifásico de cuatro conductores, 208 voltios y secuencia ABC alimenta a una carga en estrella en la que $Z_A = 10/0^\circ$, $Z_B = 15/30^\circ$ y $Z_C = 10/-30^\circ$ ohmios. Hallar las intensidades de corriente en las líneas, la del neutro y la potencia total.

Aplicando al circuito las tensiones simples de línea a neutro de la secuencia ABC, como se ve en la Fig. 14-36, y suponiendo positivo el sentido de las corrientes hacia la carga, se tiene

$$I_A = V_{AN}/Z_A = (120/90^\circ)/(10/0^\circ) = 12/90^\circ$$

$$I_B = V_{BN}/Z_B = (120/-30^\circ)/(15/30^\circ) = 8/-60^\circ$$

$$I_C = V_{CN}/Z_C = (120/-150^\circ)/(10/-30^\circ) = 12/-120^\circ$$

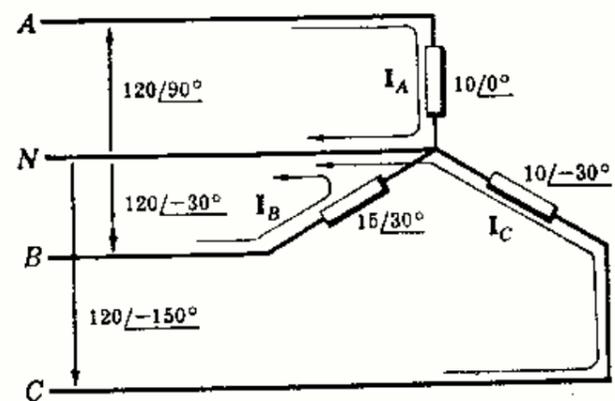


Fig. 14-36

La corriente en el neutro es el fasor suma de los correspondientes a las intensidades de línea y si el sentido positivo es hacia la carga,

$$I_N = -(I_A + I_B + I_C) = -(12/90^\circ + 8/-60^\circ + 12/-120^\circ) = 5,69/69,4^\circ$$

La impedancia $Z_A = 10 + j0 \Omega$ es atravesada por la corriente $I_A = 12/90^\circ$ A y la potencia en esta fase de la carga es $P_A = 10(12)^2 = 1440$ W. Por la impedancia $Z_B = 15/30^\circ = 13 + j7,5 \Omega$ circula la corriente $I_B = 8/-60^\circ$ A y la potencia en la fase es $P_B = 13(8)^2 = 832$ W. De igual forma, por $Z_C = 10/-30^\circ = 8,66 - j5 \Omega$ circula la corriente $I_C = 12/-120^\circ$ A y $P_C = 8,66(12)^2 = 1247$ W.

La potencia total es $P_T = P_A + P_B + P_C = 1440 + 832 + 1247 = 3519$ W.

- 14-14** Las impedancias de carga del problema anterior se conectan a un sistema trifásico de tres conductores, 208 voltios y secuencia ABC . Hallar las intensidades de corriente de línea y las tensiones entre los extremos de las impedancias de carga.

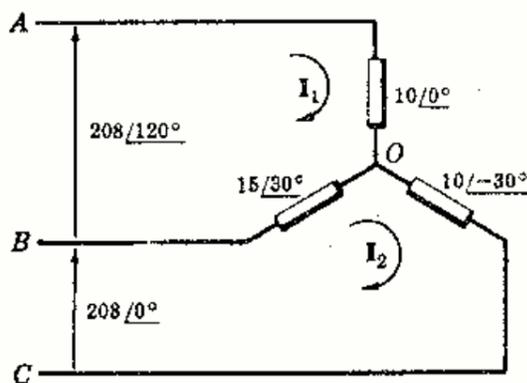


Fig. 14-37

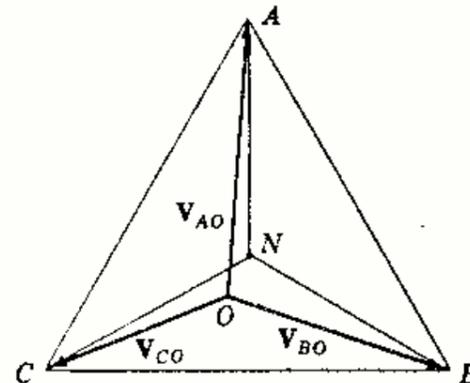


Fig. 14-38

En el circuito de la Fig. 14-37 se han puesto las dos tensiones compuestas V_{AB} y V_{BC} . Con las corrientes de malla I_1 e I_2 elegidas como en la figura, la forma matricial del sistema de ecuaciones en las corrientes es

$$\begin{bmatrix} 10/0^\circ + 15/30^\circ & -15/30^\circ \\ -15/30^\circ & 15/30^\circ + 10/-30^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 208/120^\circ \\ 208/0^\circ \end{bmatrix}$$

de donde

$$I_1 = \frac{5210/90^\circ}{367,5/3,9^\circ} = 14,15/86,1^\circ$$

$$I_2 = \frac{3730/56,6^\circ}{367,5/3,9^\circ} = 10,15/52,7^\circ$$

Las corrientes en las líneas, con sentido positivo hacia la carga, vienen dadas en función de I_1 e I_2 por

$$I_A = I_1 = 14,15/86,1^\circ$$

$$I_B = I_2 - I_1 = 10,15/52,7^\circ - 14,15/86,1^\circ = 8,0/-49,5^\circ$$

$$I_C = -I_2 = 10,15/(52,7^\circ - 180^\circ) = 10,15/-127,3^\circ$$

Por tanto, las tensiones en las impedancias son

$$V_{AO} = I_A Z_A = 14,15/86,1^\circ (10/0^\circ) = 141,5/86,1^\circ$$

$$V_{BO} = I_B Z_B = 8,0/-49,5^\circ (15/30^\circ) = 120/-19,5^\circ$$

$$V_{CO} = I_C Z_C = 10,15/-127,3^\circ (10/-30^\circ) = 101,5/-157,3^\circ$$

La representación de las tres tensiones V_{AO} , V_{BO} y V_{CO} muestra el triángulo de secuencia ABC al unir los extremos de los fasores por rectas. Puede añadirse también el punto N , como en la Figura 14-38.