

EXERCICIS RESULTATS I COMENTATS DE CORRENT ALTERN MONOFÀSIC.

43.- Dos receptors estan connectats en paral·lel a una línia d'alimentació de 230 V, 50 Hz. Un d'ells consumeix 2 kW amb un factor de potència de 0,8 inductiu i l'altre consumeix 1 kW amb un factor de potència de 0,85 inductiu. Calcular:

- a) Potència activa total
- b) Potència reactiva total.
- c) Intensitat total.
- d) Factor de potència total.

Solució:

a) Potència activa total.

La potència activa (P) total d'un circuit és la suma aritmètica de les potències actives dels receptors connectats a eixe circuit, per tant:

$$P_T = P_1 + P_2 = 2000 + 1000 = 3000W$$

b).- Potència reactiva total.

La potència reactiva (Q) total d'un circuit és també la suma aritmètica de les potències reactives dels receptors connectats a eixe circuit, però a l'enunciat del problema no tenim ninguna referència a les potències reactives consumides, l'únic que tenim és el factor de potència de cada receptor. Per un altra banda sabem que:

$$Q = P \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Pero necessitem saber l'angul α per a poder fer l'operació anterior, per tant, com sabem el factor de potència ($\cos \alpha$), podem operar de la següent forma:

$$\alpha = \arccos (\cos \alpha)$$

$$\text{Per al receptor 1: } \alpha_1 = \arccos 0,8 = 36,87^\circ$$

$$\text{Per al receptor 2: } \alpha_2 = \arccos 0,85 = 31,79^\circ$$

Una vegada tenim els ànguls de desfasament entre la tensió i la intensitat (α), podem aplicar l'expressió de la potència reactiva:

$$Q_1 = P_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = 2000 \cdot \operatorname{tg} 36,87^\circ = 1500 \text{Var}$$

$$Q_2 = P_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 = 1000 \cdot \operatorname{tg} 31,79^\circ = 619,8 \text{Var}$$

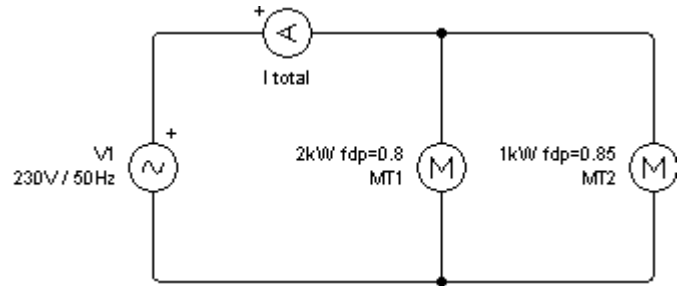
D'esta forma, tenim que la potència reactiva total serà:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = 1500 + 619,8 = 2119,8 \text{Var.}$$

c).- Intensitat total.

A partir de la potència activa o reactiva, podem averiguar la intensitat total que circula cap a les càrregues, la intensitat és la que mesurariem si intercalarem un amperímetre com en la figura. Per tant:

$$I_T = \frac{P_T}{V \cdot \cos \alpha_{global}}$$



Però, no tenim el factor de potència global ($\cos \alpha_{global}$), hem de treure'l per a poder resoldre l'expressió anterior.

$$\cos \alpha_{global} = \frac{P_T}{S_T}$$

La potència activa total (P_T) la tenim, però la potència aparent total (S_T) no la tenim, la podem obtenir per:

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{3000^2 + 2119,8^2} = 3673,3VA$$

A partir d'ací el factor de potència global de la instal·lació serà:

$$\cos \alpha_{global} = \frac{P_T}{S_T} = \frac{3000}{3673,3} = 0,816$$

Ara ja podem averiguar la intensitat que consumeixen els 2 receptors:

$$I_T = \frac{P_T}{V \cdot \cos \alpha_{global}} = \frac{3000}{230 \cdot 0,816} = 15,98A$$

Podem també obtenir la intensitat a partir de la Potència aparent total:

$$I_T = \frac{S_T}{V} = \frac{3673,3}{230} = 15,97A$$

Que, per l'efecte de considerar més o menys decimals, pot diferir el resultat.

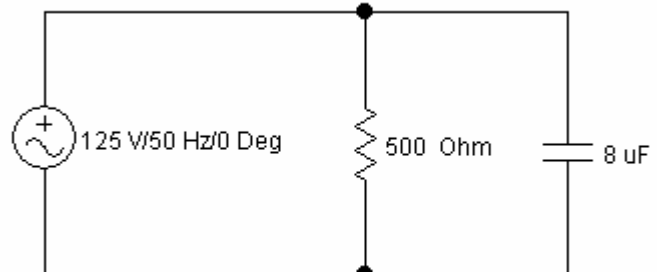
d).- Factor de potència total (fdp):

Ja l'hem obtés al punt anterior, $fdp = \cos \alpha = 0,816$

47.- Un condensador de 8 μF de capacitat està connectat en paral·lel amb una resistència de 500 Ω a una tensió alterna de 125 V, 50 Hz. Calcular:

- Intensitat que circula per la resistència i pel condensador.**
- Intensitat total.**
- FP del conjunt de la instal·lació.**
- Potència activa que consumeix el circuit.**

El millor que podem fer sempre és dibuixar-se el circuit per a saber que estem abordant, per tant:



a. Intensitat que circula per la resistència i pel condensador.

La intensitat que circula per la resistència dependrà del valor d'aquesta, la impedància resistiva serà: $Z_R = R$

Per tant: $I_R = \frac{V}{Z_R} = \frac{125 \angle 0^\circ}{500 \angle 0^\circ} = 0,25 \angle 0^\circ \text{ A}$ en forma binòmica: $I_R = 0,25 + 0 \cdot j \text{ A}$

La intensitat que circula pel condensador dependrà del valor d'aquest, la impedància capacitiva o reactància capacitiva serà: $Z_C = X_C$

$X_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 8 \cdot 10^{-6}} = -j \cdot 397,88 \Omega$, en forma polar: $X_C = 397,88 \angle -90^\circ \text{ Ohm}$

Per tant: $I_C = \frac{V}{Z_C} = \frac{125 \angle 0^\circ}{397,88 \angle -90^\circ} = 0,31 \angle 90^\circ \text{ A}$ en forma binòmica: $I_C = 0 + 0,31 \cdot j \text{ A}$

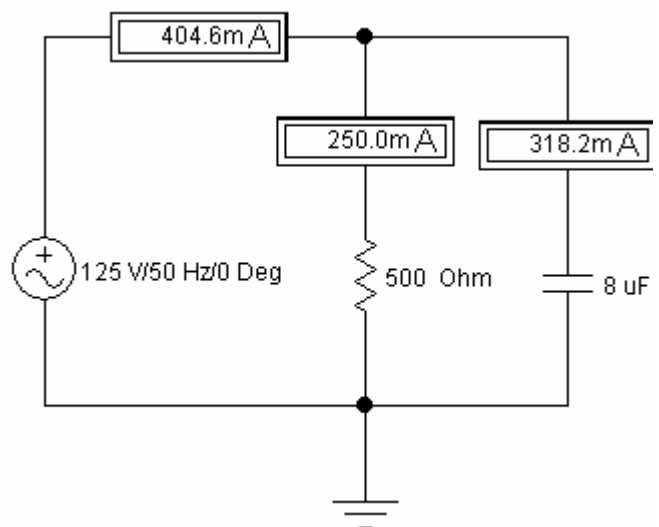
b. Intensitat total.

La intensitat total que alimenta el circuit, és la **suma fasorial** de les intensitats de cada receptor, per tant:

$I_T = I_R + I_C = 0,25 + 0 \cdot j + 0 + 0,31 \cdot j = 0,25 + 0,31 \cdot j \text{ A}$

O en forma polar: $I_T = 0,398 \angle 51,1^\circ \text{ A}$

A la figura de la dreta pots observar les intensitats a una simulació de EWB.



c) FP del conjunt de la instal·lació.

El factor de potencia ve determinat per l'àngul de la impedància total dels receptors, per tant hem de treure la impedància de la càrrega, a partir de l'expressió general de la impedància en paral·lel:

$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}$$

Com no tenim impedància inductiva (o reactància inductiva), tenim:

$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_C}$$

Com es pot comprovar, este càlcul és més complicat, però com ja tenim la intensitat total i la tensió d'alimentació, podem obtenir la impedància total de la següent forma:

$$Z_T = \frac{V}{I_T} = \frac{125 \angle 0^\circ}{0,398 \angle -51,1^\circ} = 314,07 \angle -51,1^\circ \Omega$$

Per tant, l'àngul que buscavem és $\varphi = -51,1^\circ$, com que és negatiu, serà una càrrega capacitiva. Per tant el factor de potencia serà:

$$\text{fdp} = \cos \varphi = \cos (-51,1^\circ) = 0,628 \text{ capacitiu.}$$

d) Potencia activa que consumeix el circuit.

La potencia activa (P) serà:

$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi = 125 \cdot 0,398 \cdot \cos (-51,1^\circ) = 31,24 \text{ W}$$

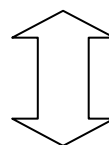
Adicionalment podem calcular la potencia reactiva (Q):

$$Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi = 125 \cdot 0,398 \cdot \sin (-51,1^\circ) = -38,71 \text{ VAr (Capacitiu)}$$

I la potencia aparent (S):

$$S = V \cdot I = 125 \cdot 0,398 = 49,75 \text{ VA}$$

Podem comprovar la relació entre potències:



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{31,24^2 + (-38,71)^2} = 49,74 \text{ VA}$$

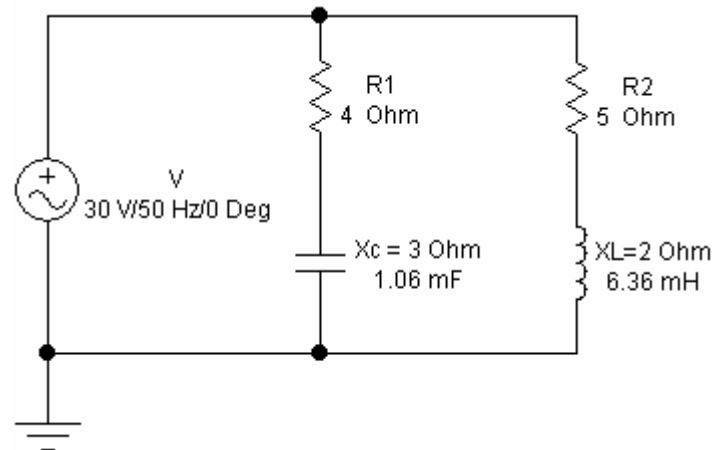
51.- En un circuit amb 4 receptors, $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $X_C = 3\Omega$ i $X_L = 2\Omega$, connectats de la següent manera: $(R_1 \cdot X_C) + (R_2 \cdot X_L)$, a un generador de 30 V, 50 Hz. Calcula:

- Impedància de cada branca.**
- Intensitat per cada branca.**
- Impedància total.**
- Intensitat total.**
- Factor de potència total.**
- Potències activa, reactiva i aparent totals.**

Solució:

Com sempre, cal començar per dibuixar el circuit en qüestió, notar que els elements AND ($R_1 \cdot X_C$) estan en serie i els OR en paral·lel (+).

Com es pot observar, he col·locat els valors dels condensadors i bobines per a una posterior simulació amb EWB.



a) Impedància de cada branca.

Cal obtenir l'associació d'elements en serie de cada branca, si anomenem branca 1 a la que té R_1 i X_C , tenim que la impedancia d'esta branca serà Z_1 , llavors:

$$Z_1 = Z_R + Z_C = R - j \cdot X_C = 4 - j \cdot 3 \Omega \rightarrow \text{o en forma polar} \rightarrow Z_1 = 5 \angle -36.86^\circ \Omega$$

Igualment, si anomenem branca 2 a la que té R_2 i X_L , tenim que la impedancia d'esta branca serà Z_2 , llavors:

$$Z_2 = Z_R + Z_L = R + j \cdot X_L = 5 + j \cdot 2 \Omega \rightarrow \text{o en forma polar} \rightarrow Z_2 = 5.38 \angle 21.8^\circ \Omega$$

b) Intensitat per cada branca.

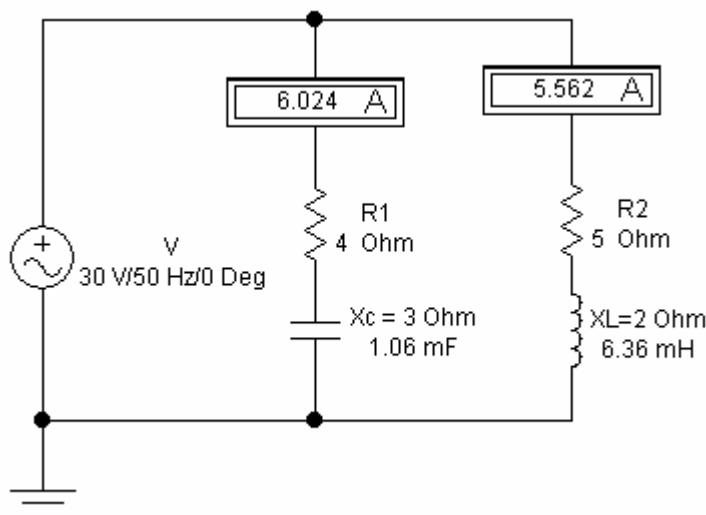
Al estar en paral·lel cada branca, la intensitat serà independent de l'altra branca, s'esta forma a la branca 1:

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{30 \angle 0^\circ}{5 \angle -36.86^\circ} = 6 \angle 36.86^\circ \text{ A} \rightarrow \text{o en forma binòmica} \rightarrow I_1 = 4.8 + 3.6j \text{ A}$$

Igualment, per a la intensitat de la branca 2:

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{30 \angle 0^\circ}{5.38 \angle 21.8^\circ} = 5.57 \angle -21.8^\circ \text{ A} \rightarrow \text{o en forma binòmica} \rightarrow I_2 = 5.17 - 2.06j \text{ A}$$

Podem fer la comprovació mitjançant la simulació al EWB.



c) Impedància total.

Com ja s'ha comentat a exercicis anteriors, es pot treure la impedància total mitjançant l'expressió del paral·lel d'impedàncies, o a través de la llei d'ohm considerant la intensitat total que consumeix el circuit. Anem a fer-ho de la segona forma.

Per a poder obtenir la intensitat total, cal sumar vectorialment les intensitats de cada branca, ja que estan en paral·lel, per tant:

$$I_T = I_1 + I_2 = 4,8 + 3,6 \cdot j + 5,17 - 2,06 \cdot j = 9,97 + 1,54 \cdot j \text{ A}$$

$$\text{O, en forma polar } I_T = 10 \angle 8,78^\circ \text{ A}$$

Per tant la impedància que presenta el circuit serà:

$$Z_T = \frac{V}{I_T} = \frac{30 \angle 0^\circ}{10 \angle 8,78^\circ} = 3 \angle -8,78^\circ \Omega$$

Notar que l'angle és negatiu, per tant a la impedància predomina la part capacitiva front a la inductiva.

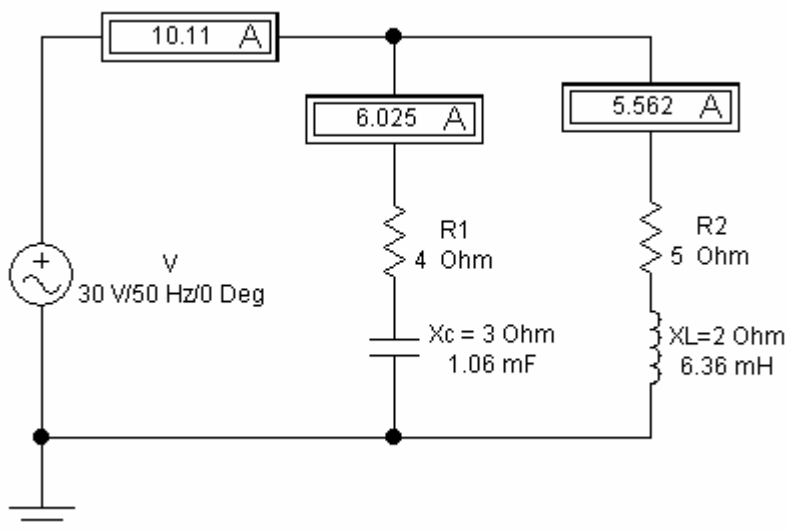
d) Intensitat total.

La intensitat total s'ha obtingut a l'apartat anterior, per tant :

$$I_T = I_1 + I_2 = 4,8 + 3,6 \cdot j + 5,17 - 2,06 \cdot j = 9,97 + 1,54 \cdot j \text{ A}$$

$$\text{O, en forma polar } I_T = 10 \angle 8,78^\circ \text{ A}$$

Com es pot comprovar a la simulació.



e) Factor de potencia total.

El factor de potencia o cosinus de phi ($\cos \varphi$) és el cosinus de l'angle de la impedància, per tant, l'angle $\varphi = -8,78^\circ$ (Capacitiu). I llavors el fdp queda:

$$\text{fdp} = \cos \varphi = \cos (-8,78) = 0,988 \text{ (capacitiu)}$$

Nota important: el $\cos \varphi$ sempre tindrà un valor positiu entre 0 i 1.

f) Potències activa, reactiva i aparent totals.

Ja tenim totes les dades per a saber les potències consumides a este circuit, la potencia activa (P) que és la que produeix treball serà:

$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi = 30 \cdot 10 \cdot \cos (-8,78^\circ) = 296,48 \text{ W}$$

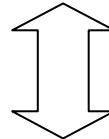
La potencia reactiva (Q) que és l'encarregada de crear els camps electromagnètics de bobines i condensadors, serà:

$$Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi = 30 \cdot 10 \cdot \sin (-8,78^\circ) = -45,8 \text{ VAR (Capacitiu)}$$

I la potencia aparent (S):

$$S = V \cdot I = 30 \cdot 10 = 300 \text{ VA}$$

Podem comprovar la relació entre potències:



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{296,48^2 + (-45,8)^2} = 300 \text{ VA}$$